

---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---

### GIẢI PHÁP THỰC HIỆN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY (MTCT) ĐỂ TÍNH GIỚI HẠN

Kiến thức giới hạn dãy số và giới hạn hàm số là cơ sở của của hai phép tính đạo hàm và tích phân ở phổ thông trung học .Kiến thức về giới hạn không những khó đối với người học mà còn khó đối với người dạy .Trong tình hình hiện nay để cập nhật phù hợp thi trắc nghiệm .Để giúp giảm bớt khó khăn nên tôi soạn đề tài này.

#### Giải pháp thực hiện bằng máy tính cầm tay (MTCT) để tính giới hạn Dãy số:

**Quy ước :** trong máy tính không có biến  $n$  nên ta ghi  $x$  thay cho  $n$  .

- Gặp hằng số :  $C \times 10^{10}, C \times 10^{20} \dots$  đọc là (dấu của  $C$ ) nhân vô cực với  $C$  là hằng số ( chú ý có thể lớn hơn 10).

ví dụ  $-5 \times 10^{10}$  ( đọc là âm vô cực ghi  $-\infty$ )

- Gặp hằng số  $C \times 10^{-12}$  đọc là 0 ( Chú ý số mũ có thể nhỏ hơn  $-10$  ).

ví dụ:  $15 \times 10^{-12}$  đọc là 0

#### A. Dãy có giới hạn là 0

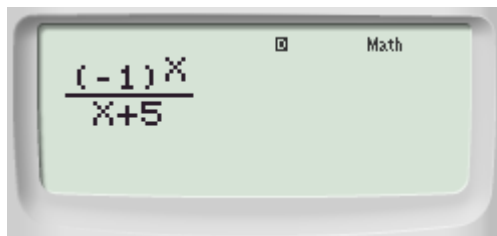
- **Ví dụ 1:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+5}$  máy ghi :  $\frac{(-1)^x}{x+5}$  calc x ? nhập  $10^{10}$  [=]


Kq :  $9.99999995 \times 10^{-11}$  ta đọc là 0

#### Cách bấm máy:

☞ Nhập vào máy tính: (sau khi đã mở máy)

Màn hình sẽ xuất hiện:

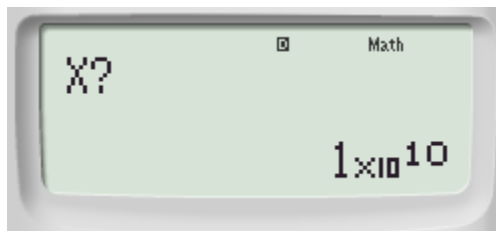


☞ Sau đó nhập: , màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)

---

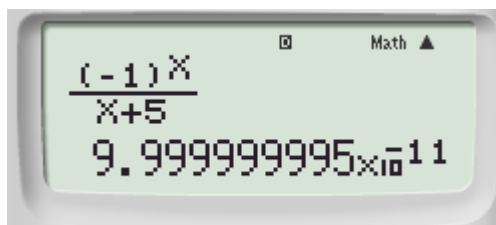
## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---



☞ Ta nhập tiếp:  $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{x^n} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=}$

Màn hình sẽ xuất hiện:



Kq :  $9.999999995 \times 10^{-11}$  ta đọc là 0

Vậy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+5} = 0$

- **Ví dụ 2:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cos n}{n^2 + 1}$  nếu nhập  $\frac{(-1)^x \cos x}{x^2 + 1}$  calc như trên máy sẽ **Math ERROR**

- Vận dụng định lý 1 Nếu  $|u_n| \leq v_n$  với mọi  $n$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 0$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ .
- Ta chỉ cần ghi  $\frac{1}{x^2 + 1}$  calc x ? nhập  $10^{10} [=]$  kết quả  $1 \times 10^{-20}$  đọc là 0

Vậy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cos n}{n^2 + 1} = 0$

- **Ví dụ 3:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{2^n + 1}$  máy ghi  $\frac{(-1)^x}{2^x + 1}$  calc x ? 100 kq:  $3.84430...26 \times 10^{-31}$   
đọc là 0

### **Cách bấm máy:**

☞ Nhập vào máy tính: (sau khi đã mở máy)

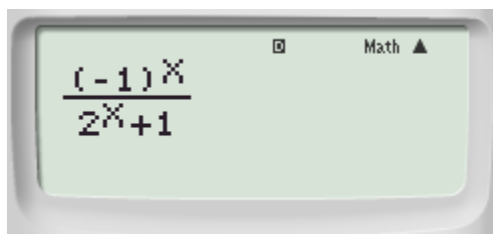
$\boxed{\frac{1}{x}} \boxed{(} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{)} \boxed{x^n} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\nabla} \boxed{2} \boxed{x^n} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1}$

---

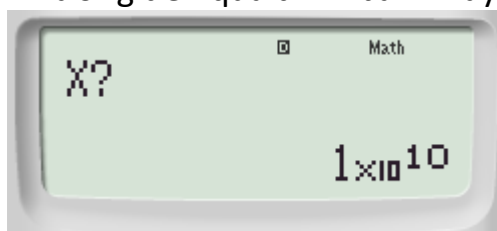
## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---

Màn hình sẽ xuất hiện:

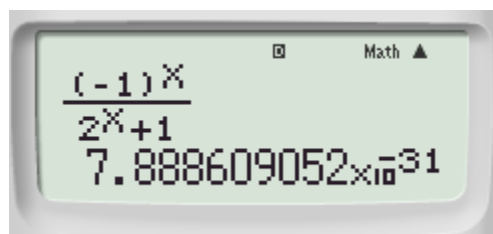


☞ Sau đó nhập: **[CALC]**, màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)



☞ Ta nhập tiếp: **[1] [0] [0] [=]**

Màn hình sẽ xuất hiện:



Vậy  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(-1)^x}{2^x + 1} = 0$

**BÀI TẬP TƯƠNG TỰ** : Tìm các giới hạn

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-(n+1)}{n^2}$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n+5}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos 2n}{n^3 + 1}$

**B. Giới hạn hữu hạn** :

- Ví dụ 1**:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 2 + \frac{(-1)^n}{n+2} \right]$  máy ghi:  $2 + \frac{(-1)^n}{n+2}$   
calc x ? nhập  $10^{10} [=]$  kq là **2**

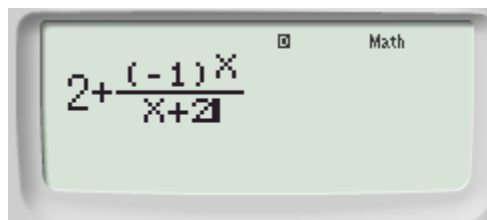
---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

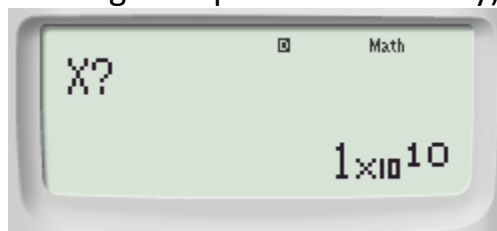
---

### Cách bấm máy:

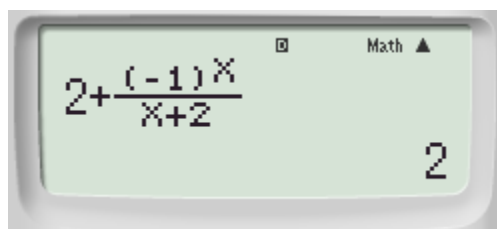
☞ Nhập vào máy tính:  $2 + \frac{(-1)^x}{x+2}$   
Màn hình sẽ xuất hiện:



☞ Sau đó nhập:  $\text{[CALC]}$ , màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)



☞ Ta nhập tiếp:  $10 \text{ [x]} 10 \text{ [=]}$   
Màn hình sẽ xuất hiện:



$$\text{vậy } \lim \left[ 2 + \frac{(-1)^n}{n+2} \right] = 2$$

- **Ví dụ 2:**  $\lim \left( \frac{\sin 3n}{4n} - 1 \right) = -1$  vì  $\left| \frac{\sin 3n}{4n} \right| \leq \frac{1}{n}$  mà  $\lim \frac{1}{n} = 0$  khi đó  $\lim (-1) = -1$   
nên  $\lim \left( \frac{\sin 3n}{4n} - 1 \right) = -1$

- **Ví dụ 3**  $\lim \frac{n^2 - 3n + 5}{2n^2 - 1}$

### Cách bấm máy:

---

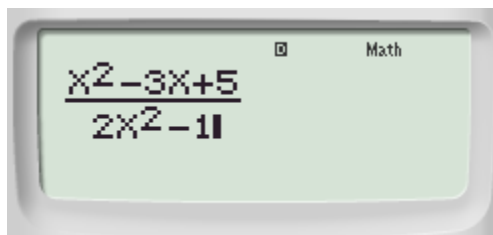
## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---

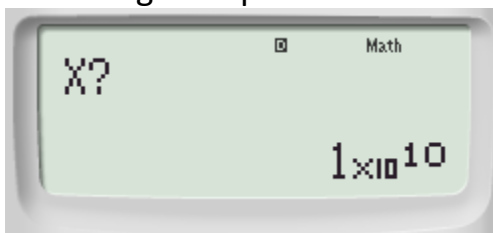
☞ Nhập vào máy tính:

$\left[ \frac{\square}{\square} \right]$   $\left[ \text{ALPHA} \right]$   $\left[ \right]$   $\left[ x^{\square} \right]$   $\left[ 2 \right]$   $\left[ \rightarrow \right]$   $\left[ - \right]$   $\left[ 3 \right]$   $\left[ \text{ALPHA} \right]$   $\left[ \right]$   $\left[ + \right]$   $\left[ 5 \right]$   $\left[ \nabla \right]$   $\left[ 2 \right]$   $\left[ \text{ALPHA} \right]$   $\left[ \right]$   $\left[ x^{\square} \right]$   $\left[ 2 \right]$   $\left[ \rightarrow \right]$   $\left[ - \right]$   $\left[ 1 \right]$

Màn hình sẽ xuất hiện:

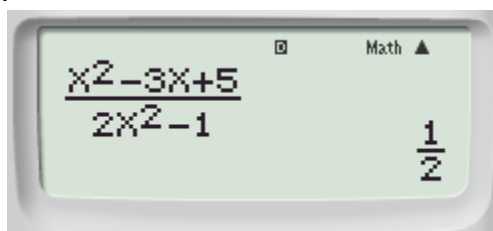


☞ Sau đó nhập:  $\left[ \text{CALC} \right]$ , màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)



☞ Ta nhập tiếp:  $\left[ 1 \right]$   $\left[ 0 \right]$   $\left[ x^{\square} \right]$   $\left[ 1 \right]$   $\left[ 5 \right]$   $\left[ = \right]$

Màn hình sẽ xuất hiện:



$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 5}{2n^2 - 1} = 0.5$$

**Với cách bấm máy tương tự cho các ví dụ sau:**

- **Ví dụ 4** :  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 - 4n^2 + 3n + 3}{n^3 - 5n + 7}$  máy ghi  $\frac{-2n^3 - 4n^2 + 3n + 3}{n^3 - 5n + 7}$   
calc x ? nhập  $10^{15}$   $\left[ = \right]$  Kq là  $-2$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 - 4n^2 + 3n + 3}{n^3 - 5n + 7} = -2$$

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

- **Ví dụ 5:** máy ghi  $\lim \frac{2^{x+1} - 3^x + 11}{3^{x+2} + 2^{x+3} - 4}$  calc x=100 kq  $\frac{-1}{9}$

Vậy :  $\lim \frac{2^{n+1} - 3^n + 11}{3^{n+2} + 2^{n+3} - 4} = \frac{-1}{9}$

- **Ví dụ 6:**  $\lim \frac{13 \cdot 3^n - 15}{3 \cdot 2^n + 4 \cdot 5^n}$  máy ghi  $\frac{13 \times 3^x - 15}{3 \times 2^x + 4 \cdot 5^x}$  calc X ? nhập 100 [=]

3.19755...x10<sup>-17</sup> đọc là 0 .

Vậy  $\lim \frac{13 \cdot 3^n - 15}{3 \cdot 2^n + 4 \cdot 5^n} = 0$  ( chú ý dấu nhân không ghi dấu chấm )

### C. Giới hạn vô cực :

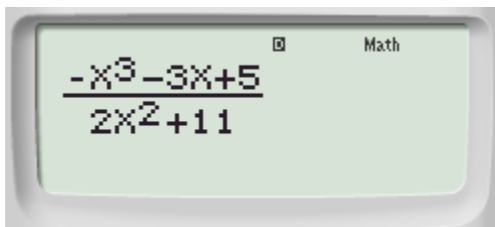
- **Ví dụ 1:**  $\lim \frac{-n^3 - 3n + 5}{2n^2 + 11}$  máy ghi  $\frac{-n^3 - 3n + 5}{2n^2 + 11}$   
calc x ? nhập 10<sup>15</sup> [=] kq  $-5 \times 10^{14}$  đọc là âm vô cực

vậy  $\lim \frac{-n^3 - 3n + 5}{2n^2 + 11} = -\infty$

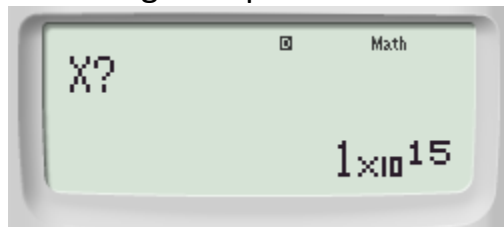
### Cách bấm máy:

☞ Nhập vào máy tính:

Màn hình sẽ xuất hiện:



☞ Sau đó nhập: **[CALC]**, màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)



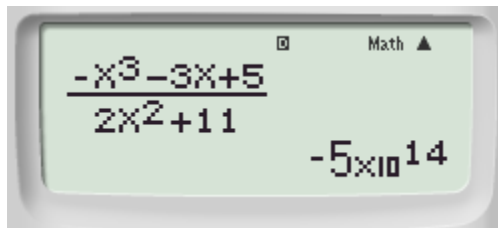
---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---

☞ Ta nhập tiếp:  $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{x^\square} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{=}$

Màn hình sẽ xuất hiện:



vậy  $\lim \frac{-n^3 - 3n + 5}{2n^2 + 11} = -\infty$

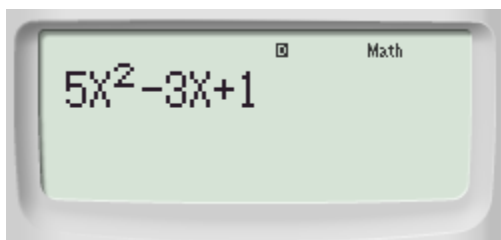
- **Ví dụ 2 :**  $\lim (5n^2 - 3n + 1)$  máy ghi :  $(5n^2 - 3n + 1)$   
calc x ? nhập  $10^{15}$  [=] kq là  $5 \times 10^{30}$  (Đọc là dương vô cực )

### Cách bấm máy:

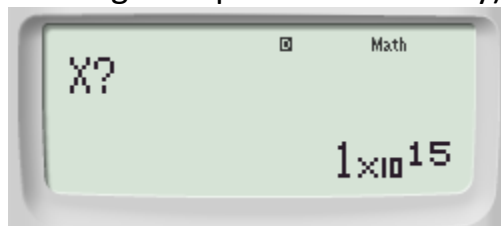
☞ Nhập vào máy tính:

$\boxed{5} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1}$

Màn hình sẽ xuất hiện:



☞ Sau đó nhập:  $\boxed{\text{CALC}}$ , màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)



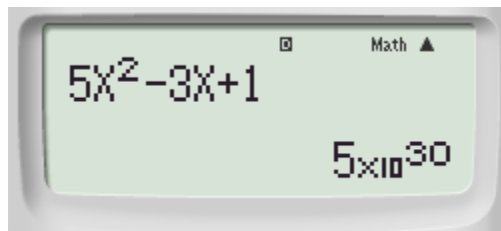
☞ Ta nhập tiếp:  $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{x^\square} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{=}$

Màn hình sẽ xuất hiện:

---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---



Vậy  $\lim \frac{-n^3 - 3n + 5}{2n^2 + 11} = +\infty$

- **Ví dụ 3:**  $\lim \sqrt{3n^4 + 5n^2 + n - 1}$  máy ghi :  $\sqrt{3n^4 + 5n^2 + n - 1}$   
calc x ? nhập  $10^{15}$  [=] kq :  $1.73205...08 \times 10^{30}$  ( đọc là dương vô cực )

Vậy :  $\lim \sqrt{3n^4 + 5n^2 + n - 1} = +\infty$

(Nhập tương tự ví dụ 2)

**\*Nếu**  $\frac{f(n)}{g(n)}$  với  $f(n), g(n)$  là các đa thức theo  $n$ . Ta chú ý đến số hạng chứa mũ cao nhất của  $n$  trong từng biểu thức  $f(n), g(n)$

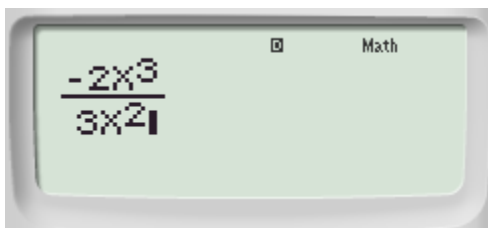
- **Ví dụ 1:**  $\lim \frac{-2n^3 + 3n - 2}{3n^2 - 5}$  máy ghi  $\frac{-2n^3}{3n^2}$  calc x ? nhập  $10^{15}$  [=] kq:  
 $-6.66666667 \times 10^{14}$  ( đọc là âm vô cực )

**Cách bấm máy:**

☞ Nhập vào máy tính:

$\left[ \frac{\square}{\square} \right] \left[ (-) \right] \left[ 2 \right] \left[ \text{ALPHA} \right] \left[ \right] \left[ x^{\square} \right] \left[ 3 \right] \left[ \nabla \right] \left[ 3 \right] \left[ \text{ALPHA} \right] \left[ \right] \left[ x^{\square} \right]$

Màn hình sẽ xuất hiện:



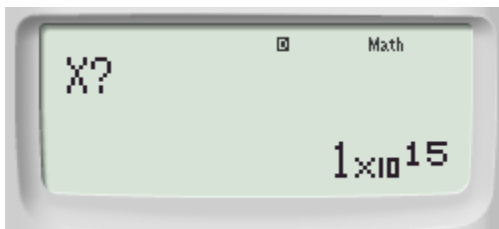
☞ Sau đó nhập:  $\left[ \text{CALC} \right]$ , màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)



---

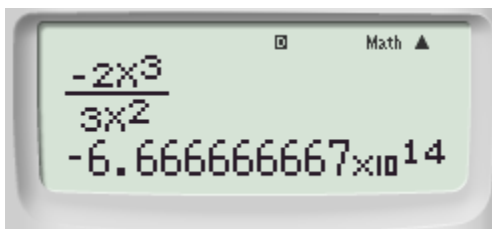
## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---



☞ Ta nhập tiếp: **1** **0** **x<sup>n</sup>** **1** **5** **=**

Màn hình sẽ xuất hiện:



$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 + 3n - 2}{3n^2 - 5} = -\infty$$

Tương tự cho các ví dụ bên dưới

- **Ví dụ 2:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 - 7n^3 - 5n + 8}}{n + 12}$  máy ghi  $\frac{\sqrt{n^6}}{n}$  calc x ? nhập  $10^{15}$  [=] kq  $1 \times 10^{30}$

( đọc là dương vô cực )

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 - 7n^3 - 5n + 8}}{n + 12} = +\infty$$

- **Ví dụ 3:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{2^n - 1}$  máy  $\frac{3^x + 1}{2^x - 1}$  calc x ? 100 [=] 4065611..x10<sup>17</sup> đọc là  $+\infty$ .

\***CHÚ Ý** : Gặp  $a^n$  nhập n = 100

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{2^n - 1} = +\infty$$

- **Ví dụ 4 :**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$  máy ghi  $\frac{n^2}{3n^3}$  calc x ? nhập  $10^{15}$  [=] kq :0

$$\text{vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7} = 0$$

---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---

- **Ví dụ 5:**  $\lim \frac{\sqrt{2n^4 + 3n - 2}}{2n^2 - n + 3}$  máy ghi  $\frac{\sqrt{2n^4}}{2n^2}$  calc x ? nhập  $10^{15}$  [=] kq:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Nếu gặp dạng tổng- hiệu hai căn cần chú ý lượng liên hợp rút gọn trước khi áp dụng dạng trên .**

- **Ví dụ 1:**  $\lim (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$  ta có  $(\sqrt{n^2 + n + 1} - n) = \frac{n+1}{(\sqrt{n^2 + n + 1} + n)}$  máy

ghi  $\frac{n}{\sqrt{n^2} + n}$  calc x ? nhập  $10^{15}$  [=] kq:  $\frac{1}{2}$

Vậy  $\lim (\sqrt{n^2 + n + 1} - n) = \frac{1}{2}$

- **Ví dụ 2:**  $\lim \frac{1}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}$  ta có  $\frac{1}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}} = \sqrt{n+2} + \sqrt{n+1} \approx 2\sqrt{n}$

Mà  $\lim \sqrt{n} = +\infty$

Vậy :  $\lim \frac{1}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}} = +\infty$

- **Ví dụ 3:**  $\lim \frac{1}{\sqrt{3n+2} - \sqrt{2n+1}}$  máy ghi  $\frac{1}{\sqrt{3n} - \sqrt{2n}}$  calc x ? nhập  $10^{15}$  [=]

kq: 0    vậy:  $\lim \frac{1}{\sqrt{3n+2} - \sqrt{2n+1}} = 0$  ( các hệ số trước n lệch nhau không cần nhân lượng liên hợp.

- **Ví dụ 4:**  $\lim \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n+1}}{3n+2}$  máy ghi :  $\frac{\sqrt{n^2} - \sqrt{n}}{3n}$  calc x ? nhập  $10^{15}$   
[=] kq:  $\frac{1}{3}$

### Bài tập rèn luyện :

Tìm các giới hạn sau:

1.  $\lim \frac{4n^2 - n - 1}{3 + 2n^2}$  (KQ :2)

2.  $\lim \frac{\sqrt{3n^2 + 5} + n}{1 - 2n^2}$  (KQ: 0 )

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

3.  $\lim \left( n^2 - \frac{2}{n+1} \right)$  (KQ:  $+\infty$ )

4.  $\lim \left( \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - 1} \right)$  (KQ:  $\frac{1}{2}$ )

5.  $\lim \frac{2n - 3n^3 + 1}{n^3 + n^2}$  (KQ: -3)

6.  $\lim \frac{(2-3n)^3(n+1)^2}{1-4n^5}$  (KQ:  $\frac{27}{4}$ )

7.  $\lim \frac{\sqrt{n^2 + n - 1} - \sqrt{4n^2 - 2}}{n + 3}$  (KQ: -1)

8.  $\lim \frac{3^n - 4^n + 1}{2 \cdot 4^n + 2^n}$  (KQ: -1)

### B. GIỚI HẠN HÀM SỐ

#### 1. GIỚI HẠN HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  Nếu  $f(x)$  xác định tại  $x_0$  viết  $f(x)$  calc ?  $x_0$  [=]  $f(x_0)$

- Ví dụ 1:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 5x^2 + 10x)$  máy viết :  $(x^3 + 5x^2 + 10x)$  calc X ? 2 [=]

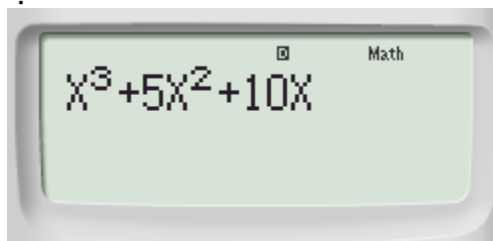
48

#### Cách bấm máy:

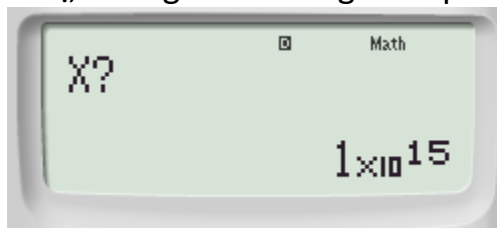
☞ Nhập vào máy tính:

[ALPHA] [x<sup>3</sup>] [3] [▶] [+] [5] [ALPHA] [x<sup>2</sup>] [+] [1] [0] [ALPHA] [x]

Màn hình sẽ xuất hiện:



☞ Sau đó nhập: [CALC], màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)



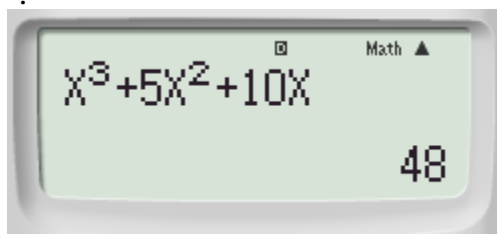
☞ Ta nhập tiếp: [2] [=]

---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---

Màn hình sẽ xuất hiện:



Vậy  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 5x^2 + 10x) = 48$

Tương tự cho ví dụ 2

- **Ví dụ 2:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x - 2} = -\sqrt{2} = f(1)$

### 2. CÁC DẠNG VÔ ĐỊNH:

**2.1 Dạng  $\frac{0}{0}$**  Khi tìm  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$  mà  $f(x_0) = 0$  và  $g(x_0) = 0$

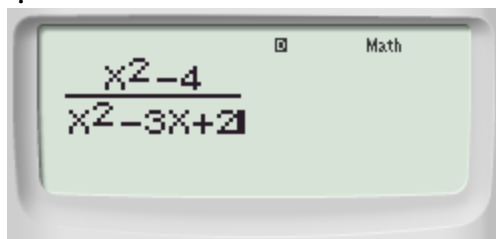
- **Ví dụ 3:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$  máy ghi  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$  calc X ? nhập 2,000001 ( lớn hơn 2 một tí tí ) máy hiện 3,999997 làm tròn đọc là 4 hay nhập  $x = 1,999999999$  ( nhỏ hơn 2 một tí tí ) [=] 4

**Cách bấm máy:**

☞ Nhập vào máy tính:

$\left[ \frac{\square}{\square} \right]$   $\left[ \text{ALPHA} \right]$   $\left[ x^2 \right]$   $\left[ - \right]$   $\left[ 4 \right]$   $\left[ \downarrow \right]$   $\left[ \text{ALPHA} \right]$   $\left[ \right]$   $\left[ x^2 \right]$   $\left[ - \right]$   $\left[ 3 \right]$   $\left[ \text{ALPHA} \right]$   $\left[ \right]$   $\left[ + \right]$   $\left[ 2 \right]$

Màn hình sẽ xuất hiện:

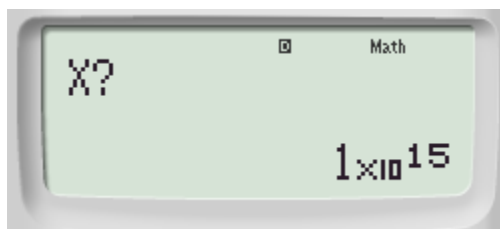


☞ Sau đó nhập:  $\left[ \text{CALC} \right]$ , màn hình sẽ xuất hiện: (có thể sẽ xuất hiện con số khác ở dòng hiển thị, không ảnh hưởng đến quá trình bấm máy)

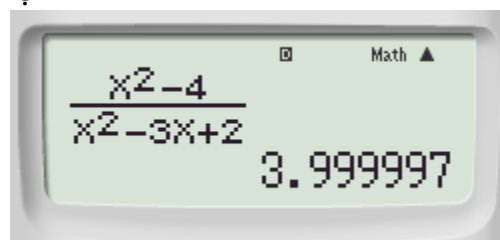
---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---



☞ Ta nhập tiếp:  $\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{=}$   
Màn hình sẽ xuất hiện:



$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = 4$$

Tương tự cho các ví dụ tiếp theo

- **Ví dụ 4:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$  máy ghi  $\frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$  calc X ?

Nhập 0,9999999 [=]  $\frac{1}{2}$  Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3} = \frac{1}{2}$

- **Ví dụ 5:**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - x^2 - 72}{x^2 - 2x - 3}$  máy ghi  $\frac{x^4 - x^2 - 72}{x^2 - 2x - 3}$  calc X ? nhập  
3,0000001 kq : 25,50000069 đọc là 25,5 hoặc nhập 2,9999999  
kq : 25,49999993 đọc là 25,5

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - x^2 - 72}{x^2 - 2x - 3} = \frac{51}{2}$$

- **Ví dụ 6:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$  máy ghi  $\left( \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$  calc X ? nhập  
1,000000001 [=] KQ :  $-\frac{1}{2}$

- **Ví dụ 7 :**  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right)$  máy ghi  $\left( \frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right)$  calc X ? nhập  
1,000000001 [=] -1 KQ: -1

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

- **Ví dụ 8:**  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x - a}$  máy ghi  $\frac{x^4 - a^4}{x - a}$  calc

chọn a = 0 khi đó  $x \rightarrow 0$  kq: 0

chọn a = 1 khi đó  $x \rightarrow 1$  kq:  $4 = 4 \times 1^3$

chọn a = 2 khi đó  $x \rightarrow 2$  kq:  $32 = 4 \times 2^3$

chọn a = 3 khi đó  $x \rightarrow 3$  kq:  $108 = 4 \times 3^3$

Vậy  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x - a} = 4a^3$

Nhận xét bài này thực hiện phép chia giải tự luận nhẹ hơn !

Bảng chia Học ne

Hệ số của x	1	0	0	0	$-a^4$
a	1	a	$a^2$	$a^3$	0

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x^3 + ax^2 + a^2x + a^3)}{x-a} = \lim_{x \rightarrow a} (x^3 + ax^2 + a^2x + a^3) = 4a^3$$

**2.2 DẠNG:**  $\frac{\infty}{\infty}$  Thường gặp khi  $x \rightarrow \pm\infty$  nếu dạng  $\frac{f(x)}{g(x)}$  không chứa căn bậc chẵn thì tính như giới hạn dãy Chỉ khác n thay bằng x, khi  $x \rightarrow -\infty$  **nhập**  $-10^{10}$

- **Ví dụ 1:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 2x + 2}{-2x^3 + 2x^2 - 1}$  máy ghi  $\frac{3x^3 - 2x + 2}{-2x^3 + 2x^2 - 1}$  calc X ?  $10^{20}$  KQ:  $-\frac{3}{2}$

- **Ví dụ 2:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{-x^3 + 2x - 2}$  máy ghi:  $\frac{x^4 - 3x^2 + 1}{-x^3 + 2x - 2}$  calc X ?  $-10^{10}$  KQ:  $+\infty$

- **Ví dụ 3:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{-x^3 + 2x - 2}$  máy ghi:  $\frac{x^4 - 3x^2 + 1}{-x^3 + 2x - 2}$  calc X ?  $10^{10}$  KQ:  $-1 \times 10^{20} \rightarrow -\infty$  (đọc là trừ vô cực)

- **Ví dụ 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{3x - 1}$  máy ghi  $\frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{3x - 1}$  calc X ?  $-10^{20}$  KQ:  $\frac{1}{3}$

---

## TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

---

• **Ví dụ 5:**  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x + 2x}}$

TH1:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x + 2x}}$       CALC X ?  $10^{20}$  (trong căn) KQ:  $\frac{1}{5}$

TH2:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x + 2x}}$       CALC X ?  $-10^{20}$  KQ: **3**

• **Ví dụ 6:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$  dạng  $(\infty - \infty)$

Máy ghi  $\frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x}$       CALC X?  $10^{20}$       KQ  $\frac{1}{2}$

• **Ví dụ 7:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$  Khi đó không phải dạng  $(\infty - \infty)$  . nên không cần nhân lượng liên hợp

Máy ghi :  $(\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$  CALC  $-10^{20}$  KQ  $2 \times 10^{20}$  đọc là  $+\infty$  .